

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...028**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

- (4p) a) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului determinat de punctele  $M(1, 2), N(-2, 1)$ .
- (4p) b) Să se verifice dacă dreptele de ecuație  $2x - y + 5 = 0$  și  $y = 2x - 7$  sunt paralele.
- (4p) c) Se consideră un triunghi dreptunghic cu laturile de lungimi 3, 4 și 5. Să se determine lungimea înălțimii dusă din unghiul drept al triunghiului.
- (4p) d) Să se calculeze partea reală a numărului complex  $(2 - 10i)(1 + i)$ .
- (2p) e) Să se calculeze numărul complex  $(1 - i)^4$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $3 \sin \frac{\pi}{2} + \cos 0$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Se consideră polinomul  $f = X^3 + 5X^2 - 7X + 1$ . Să se calculeze  $f(1)$ .
- (3p) b) Dacă  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{R})$ , să se calculeze probabilitatea ca un element al matricii  $A^2$  să fie egal cu 0.
- (3p) c) Dacă într-o progresie geometrică primul termen este -2 și rația este 3, să se determine termenul al patrulea.
- (3p) d) Să se rezolve, în  $\mathbf{C}$ , ecuația  $2x^2 - x + 1 = 0$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\begin{vmatrix} 2004 & 0 & 2005 \\ 2006 & 0 & 2007 \\ 2008 & 0 & 2009 \end{vmatrix}$ .

**2.** Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ .

- (3p) a) Să se calculeze  $f'(x), x \in \mathbf{R}$ .
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x \cdot f(x))$ .
- (3p) d) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 028**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

În mulțimea  $M_2(\mathbf{Z})$ , se consideră matricele  $P = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{A \in M_2(\mathbf{Z}) \mid A^2 = I_2\}$ .

- (4p) a) Să se verifice că  $I_2 \in G$ .
- (4p) b) Să se arate că  $P \in G$  și  $Q \in G$ .
- (4p) c) Să se calculeze determinantul matricei  $P$ .
- (2p) d) Să se calculeze  $P \cdot Q$ .
- (2p) e) Să se arate că  $P \cdot Q \notin G$ .
- (2p) f) Să se arate că, dacă  $A_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & -1 \end{pmatrix}$ ,  $\forall n \in \mathbf{Z}$ , atunci  $A_n \in G$ ,  $\forall n \in \mathbf{Z}$ .
- (2p) g) Să se demonstreze că mulțimea  $G$  este infinită.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x + 1$  și șirul  $(a_n)_{n \geq 2}$ ,

$$a_n = \frac{2^3 + 1}{2^3 - 1} \cdot \frac{3^3 + 1}{3^3 - 1} \cdot \dots \cdot \frac{n^3 + 1}{n^3 - 1}.$$

- (4p) a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) b) Să se verifice că  $f(x+1) = x^2 + x + 1$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .
- (4p) c) Să se arate că  $\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1} = \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{f(x)}{f(x+1)}$ ,  $\forall x > 1$ .
- (2p) d) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$a_n = \frac{3n(n+1)}{2(n^2 + n + 1)}, \forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2.$$

- (2p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\int_0^n f(x) dx}{n^3}$ .
- (2p) g) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{3} a_n \right)^n$ .